

《系统模型、分析与控制》

实验一 一阶、二阶系统阶跃响应特性实验 实验指导书



上海交通大学机械与动力工程学院

基础实验与创新实践教学中心

2024 年

一、实验目的

1. 学习系统阶跃响应特性测试方法；
2. 了解系统参数对阶跃响应特性的影响；
3. 联系实验结果对比一阶系统（惯性环节）、二阶系统阶跃响应特点。

二、仪器组成及操作简介

1. 仪器组成

实验仪器由 DJ-A1 型自控/计控多功能实验箱和计算机组成，计算机通过 USB 接口与实验箱的 A/D、D/A 接口卡连接，实现计算机与实验箱的通讯；多功能实验箱上安装有电子元件，通过导线连接电子元件，构建所需的研究对象。实验系统原理参见图 1。

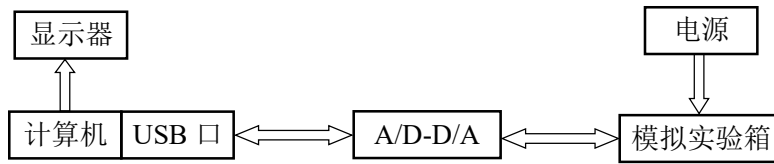


图 1 实验系统原理图

实验系统中计算机负责实验对象所需信号的产生，以及响应信号接收、处理及存储，相对于传统的模拟实验系统，计算机起着信号发生器和示波器功能。由于实验用输入信号利用软件产生，各类特殊信号的产生非常方便；实验响应信号也利用计算机采集、处理，能够充分发挥现代计算机的超强计算能力，完成对数据所需的各种处理和解析，因此较传统示波器具有更强的灵活性和适应性。

2. 实验箱简介

DJ-A1 型自控/计控多功能实验箱面板如图 2 所示。

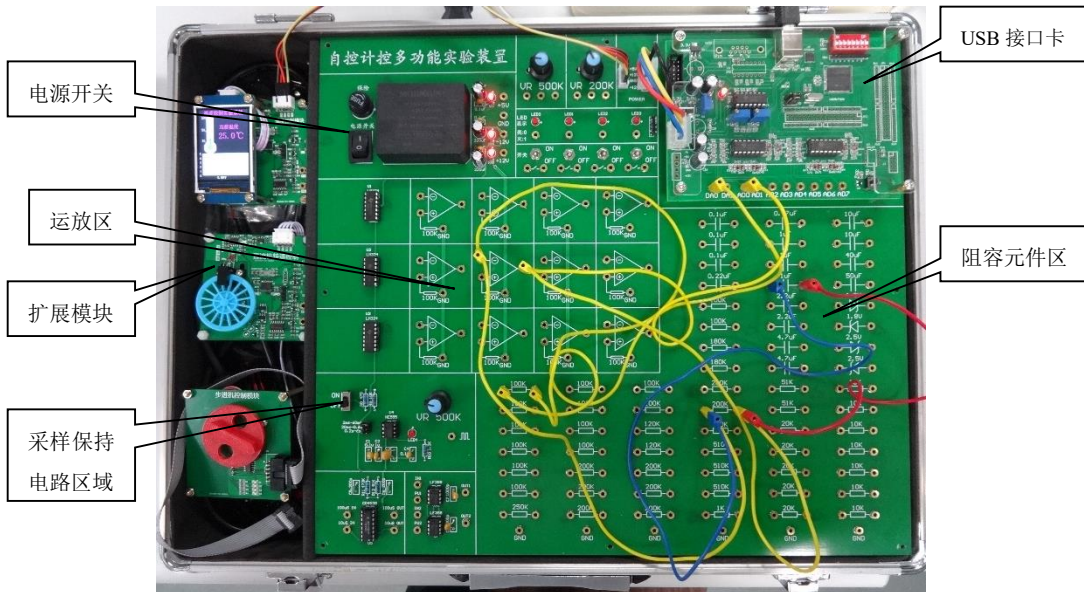


图 2 实验箱面板及功能区

实验箱面板大致可以分为电源开关、USB 接口卡、运放区、阻容元件区、扩展模

块和采样保持电路区域。与本课程相关的区域有电源开关、USB 接口卡、运放区和阻容元件区内的电子元件，其功能主要为：

电源开关：电子器件需要在一定电流/电压驱动下才能工作，但连接导线在接触或断开瞬间电路中会产生电压脉冲，该脉冲可能击穿运放等电路元件。虽然实验箱内部包含脉冲抑制电路，但不能保证百分之百可靠。因此在接、拆电路（插拔接线）时建议关闭开关，停止实验箱供电。

USB 接口卡：运放、阻容为模拟电路元件，而计算机输入/输出为数字信号。USB 接口卡内含 A/D、D/A 模块，负责将计算机输出的数字信号转换为模拟信号（D/A）以驱动模拟电路元件，以及将实验对象产生的模拟响应信号转换为数字信号（A/D）以输入计算机进行处理和存储。本实验箱上有两路数模接口，标注为 DA0 和 DA1；四路模数接口，标注为 AD0、AD1、AD2、AD3（接口卡上的 AD4~AD7 不使用），两路数模各接口性能相同；四路模数亦类似，实验中可以按照意愿选用哪路输入/输出接口。注：本实验箱上 A/D 模块能处理的最高/最低电压为+5V/-5V，也就是说高于+5V 或低于-5V 的模拟电压均被处理为+5V/-5V 的模拟电压输出。因此实验中要确保研究对象产生的输出模拟电压在+5V~-5V 之间。

阻容元件区：提供了若干电阻和电容，其电阻/电容标注在对应符号上。

运放区：实验箱上共有 12 个同型号运算放大器供使用，由于半导体元件本身原因，各个运放间特性存在一定差异。

实验箱上所有白色实线表示实际连接好的线路，所有标注接地的线路都已安全连接共同的地。

3. 实验操作简介

- 1) 实验箱上电源关闭状态下连接电路
- 2) 实验箱供电
- 3) 运行计算机上程序
- 4) 设置软件参数
- 5) 进行实验，测量记录数据/记录原始数据
- 6) 关闭实验箱电源，改变电路参数，继续实验
- 7) 完成实验后，关闭实验箱电源
- 9) 拆除电路，实验箱恢复到原始状态

其中“4) 设置软件参数”工作界面如图 3 所示。“1”、“2”区域为“信号发生器”功能区域，此处用来设置实验中输入信号特性和参数；“3”、“4”为“示波器”功能区，用来选择信号在电脑屏幕上的显示特性；“5”为数据存储设置区，用来设定测量数据的存储方式；“6”为计算机与实验箱间通讯端口设置，通常情况下实验中无需改动该参数。

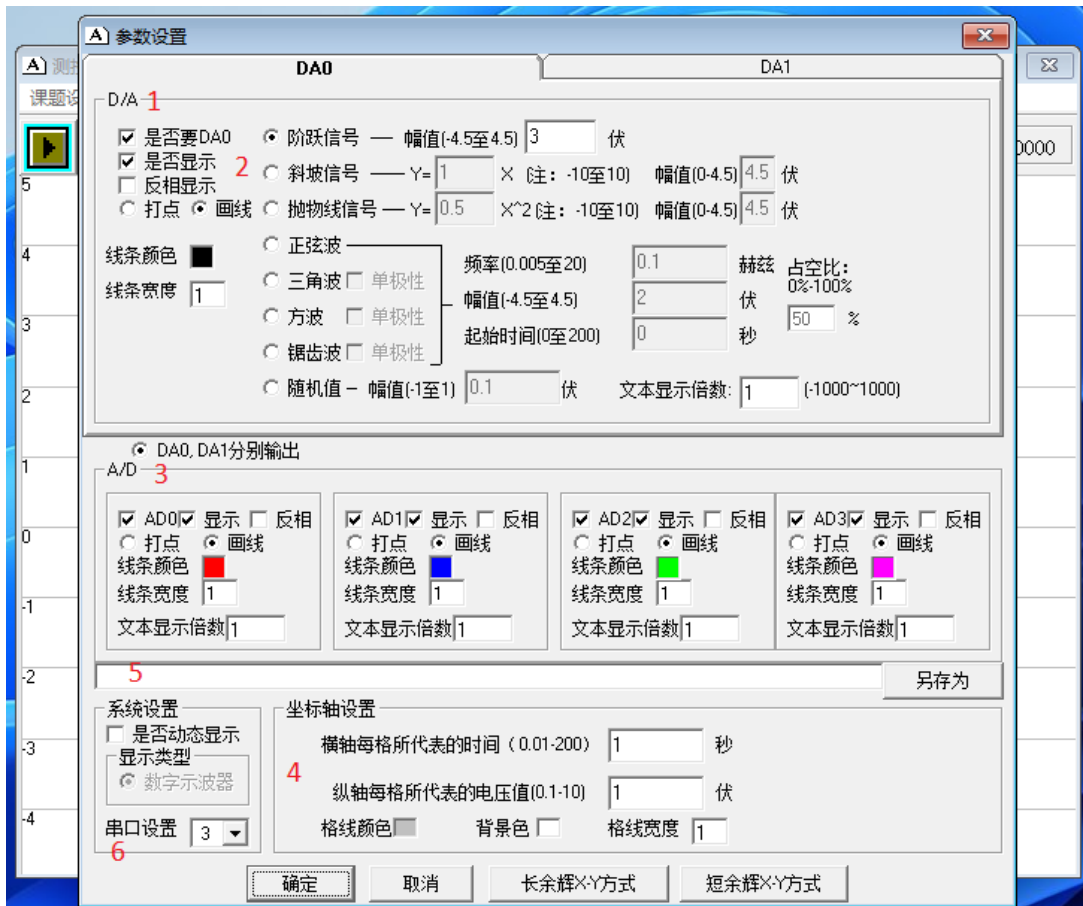


图3 设置软件参数界面

三、实验系统图和电路图

本次实验对一阶系统（惯性环节）和二阶系统对阶跃的响应特性进行测量，实验电路如图4、图5所示。

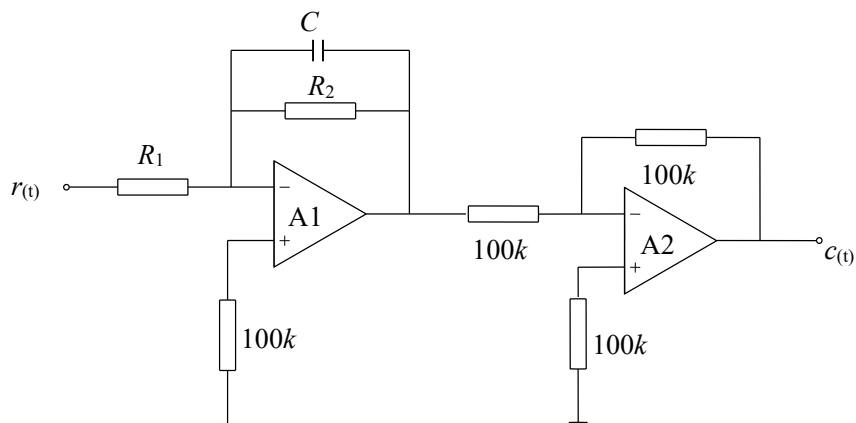


图4 一阶系统实验电路图

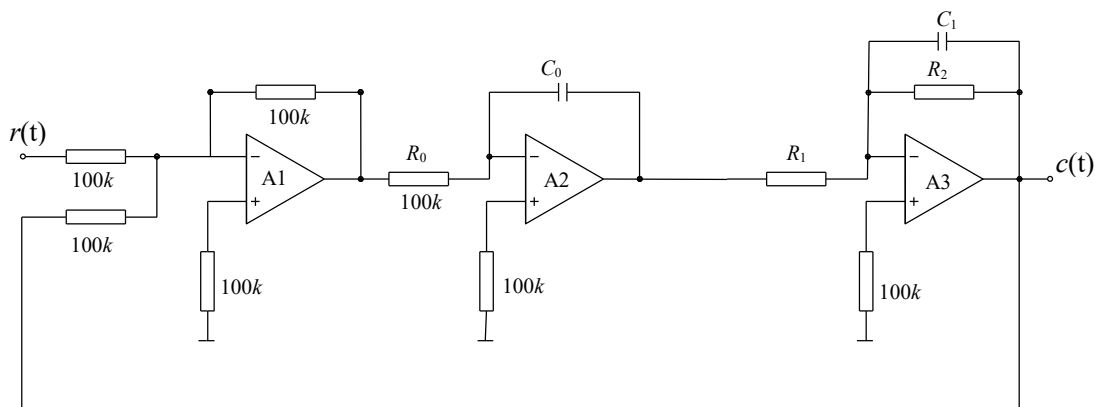


图 5 二阶系统实验电路图

四、 实验原理

对于不同系统,影响系统响应的主要参数也不尽相同。本实验中通过测量影响一阶、二阶系统响应特性关键参数,探究不同系统特性并提升感性认识。

表 1 系统动态性能参数

动态性能参数	定义及物理含义
上升时间 t_r	响应从稳态值的10% (5%) 上升至90% (95%) 所需要的时间。 对有振荡的系统,指由0%第一次上升到稳定值的100%所需的时间
峰值时间 t_p	响应超过稳态值, 到达第一个峰值所需要的时间
调整时间 t_s	响应到达并停留在稳态值的5%或2%误差带内所需要的最短时间
超调量 M_p	过冲中超调量的瞬时最大偏差值与稳态值之比的百分比

动态性能参数与系统直接相关,对于一阶系统、临界阻尼和超阻尼的二阶系统由于不存在过冲,因此不存在峰值时间和超调量。

阶跃响应是指系统在阶跃信号的作用下所产生的零状态响应,本实验中要确保阶跃信号输入时系统处在稳定“零状态”。

1. 一阶系统 (惯性环节)

惯性环节传递函数: $G(s) = -K / (Ts + 1)$

其中为 K 放大系数, $K = R_2 / R_1$, T 为时间常数, $T = R_2 C$ 。

对单位阶跃的响应为: $c(t) = K(1 - e^{-t/T})$

2. 二阶系统

对应图 5 系统的方框图如图 6 所示。

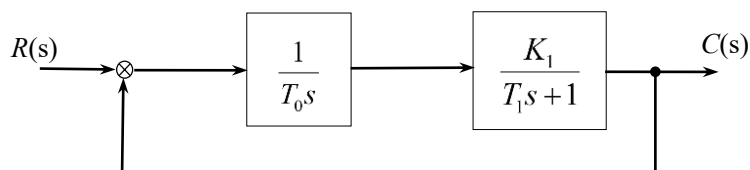


图 6 二阶系统方框图

系统开环（无反馈）传递函数为：

$$G(s) = \frac{K_1}{T_0 s(T_1 s + 1)} = \frac{K}{s(T_1 s + 1)}$$

其中： $K = \frac{K_1}{T_0}$ ， $T_0 = R_0 C_0$ ， $T_1 = R_2 C_1$ ， $K_1 = R_2 / R_1$

闭环（有反馈）传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1) + K} = \frac{K}{T_1 s^2 + s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中： $T = \sqrt{T_1 / K} = \sqrt{T_0 T_1 / K_1}$ ， $\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{T_0 / (K_1 T_1)}$

根据 T 、 ζ 等值则依下述公式可求其它参量。

无阻尼自然角频率 $\omega_n = \frac{1}{T}$ ； 无阻尼自然频率 $f = \frac{1}{2\pi T}$ ；

阻尼自然频率 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ ； 衰减系数 $\sigma = \omega_n \zeta$ ；

超调量 $M_P = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$ ； 峰值时间 $t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$ ；

调整时间 $t_s = \frac{3}{\sigma}$ ； 阻尼振荡周期 $t_r = \frac{2\pi}{\omega_d}$ ；

上升时间 $t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$ ， $\beta = \arccos \zeta = \arctan \frac{\omega_d}{\sigma}$

根据实验中参数获取方式，系统特征参数可分为测量参数和计算参数。测量参数是指实验中可以通过直接测量（或加之简单计算）得到的物理量；计算参数则是在测量参数基础上，辅以研究对象相关理论给出的关系式，通过计算得到的物理量，后者也是现代测量技术的本质。以二阶系统为例，振荡周期、上升时间、峰值时间、调整时间、超调量是可以在响应曲线上直接测量的，属于测量参数，而固有频率、衰减系数、阻尼比等则需要通过二阶系统的理论，根据公式计算得出，属于计算参数。

当某个计算参数可以由多个测量参数计算得出时，需要考虑计算公式的选取。原则是对应的测量参数的精度、测量方便程度等综合考虑，如二阶系统中的阻尼系数可以通过超调量或者调整时间计算得到，结合具体实验测量体会，都应该知道选用哪个计算公式更为合理。

五、仿真程序使用简介

通过计算机仿真，可以在实验前对对象响应有一定的感性认识。

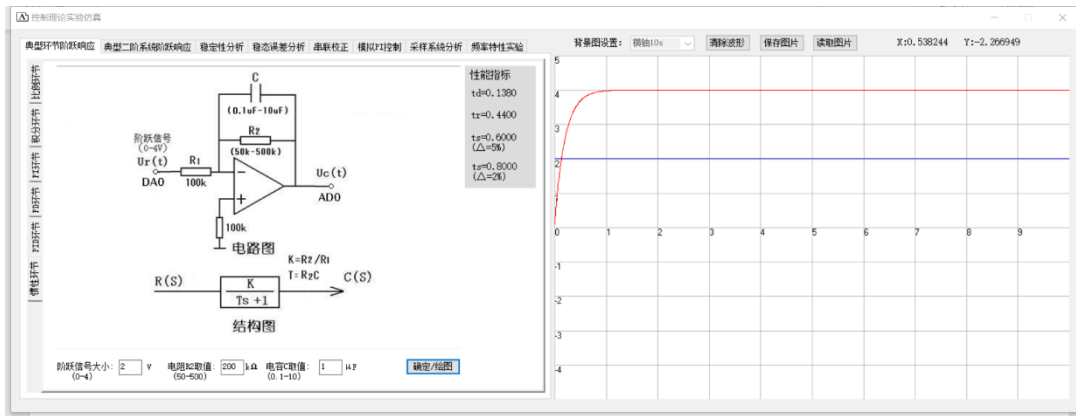


图 7 一阶系统仿真

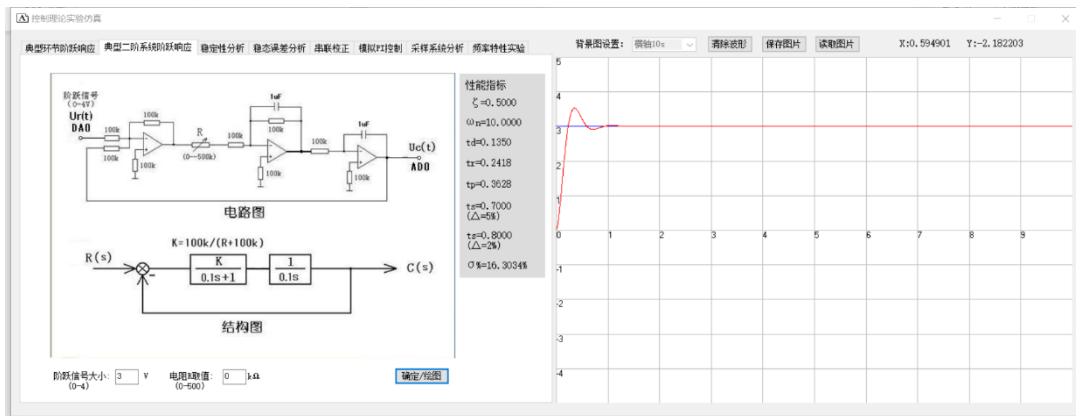


图 8 二阶系统仿真

图 7、图 8 分别给出了一阶和二阶系统对阶跃输入的响应的仿真结果。仿真程序中可变参数有限，从中可以看出参数变化时系统的变化规律。

六、实验内容

(一) 一阶系统：

1. 关闭实验箱上电源（接插元件时一定要关闭实验箱上电源）。在 DJ-A1 型自控实验箱分立元件区，按照图 4 所示一阶系统搭建电路，根据实际情况在电脑上调整好阶跃信号幅值。
2. 检查无误后再闭合电源，按以下步骤进行实验记录。
 - 1) 选取 $C = 1\mu F$ 、 R_1 和 R_2 分别同时选取 100、200、500 $k\Omega$ ，选择阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，测量表 2 所列参数并与理论计算值相比较，给出相对误差。
 - 2) 选取 $C = 2\mu F$ 、 $R_1 = R_2 = 100k\Omega$ ，采用阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，测量表 2 所列参数并与理论计算值相比较，给出相对误差。

表2 一阶系统（惯性环节）实验参数记录表

序号	电路参数			系统特性参数		
	$C (\mu F)$	$R_1 (k\Omega)$	$R_2 (k\Omega)$		$t_r (ms)$	$t_s (ms)$
1	1.0	100.0	100.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		
2	1.0	200.0	200.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		
3	1.0	500.0	500.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		
4	2.0	100.0	100.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		

(二) 二阶系统:

3. 按以下步骤进行实验记录（实验前计算各工况阻尼比）。

- 取电容 $C_0 = C_1 = 1\mu F$ 、电阻 $R_1 = 100k\Omega$ ，按照表3所要求的阻尼比范围，在实验箱上已有电阻基础上自行选定 R_2 阻值，搭建图5所示电路。选择阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，并与理论计算值相比较并给出相对误差。

表3 二阶系统实验参数记录表

	电路参数			系统特性参数			
	阻尼比	$R_2 (k\Omega)$		$t_r (ms)$	$t_p (ms)$	$t_s (ms)$	$M_p (%)$
$C_0 = 1\mu F$ $C_1 = 1\mu F$ $R_1 = 100k\Omega$	0.02~0.1		理论值				
			测量值				
			相对误差				
	0.2~0.3		理论值				
			测量值				
			相对误差				
	0.4~0.6		理论值				
			测量值				
			相对误差				
	1.0~2.0		理论值				
			测量值				
			相对误差				

- 取电阻 $R_1 = 100k\Omega$ 、 $R_2 = 200k\Omega$ ，按照表4所列电容 C_0 、 C_1 参分别同时取 1.0 和 $2.0\mu F$ 搭建图5所示电路。选择阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，并与理论计算值相比较，给出相对误差。

表 4 二阶系统实验参数记录表

电路参数			系统特性参数				
	$C_0 (\mu F)$	$C_1 (\mu F)$		t_r (ms)	t_p (ms)	t_s (ms)	M_p (%)
$R_1=100k\Omega$ $R_2=200k\Omega$	1.0	1.0	理论值				
			测量值				
			相对误差				
	2.0	2.0	理论值				
			测量值				
			相对误差				

七、实验分析及思考

1. 完成表 2 中的理论值计算，根据实验记录的数据文件，完成表中的其它特性参数计算。并且简单分析实验结果、实验误差来源。
2. 利用记录的 $C = 1\mu F$ 、 $R_1 = 100k\Omega$ ， $R_2 = 100k\Omega$ 实验数据，绘制一阶系统阶跃响应曲线，并将计算得到的相应系统参数标注在图中。
3. 完成表 3、表 4 中的理论值计算，根据实验记录的数据文件，完成 t_r 、 t_p 、 t_s 、 M_p （对于上述参数无定义的实验工况，表格相应位置用“/”表示）。并根据这些实测数据，写出阻尼系数 ζ 、无阻尼自然角频率 ω_n 、阻尼自然频率 ω_d 、衰减系数 σ 等参数（如果有这些参数），并说明选用的计算公式及依据。结合两表的实验数据说明 ω_n 、 ζ 对系统响应的影响。
4. 针对表 3 的实验工况，用表格形式列出二阶系统理论计算传递函数与实验得到的传递函数，统一说明确定实验传递函数的依据。
5. 利用表 3 中对应阻尼比为 0.2~0.3 的实验数据，绘制二阶系统阶跃响应曲线，并将计算得到的相应系统参数 t_r 、 t_p 、 t_s 、 M_p 标注在图中。
6. 通过实验并结合自己熟悉对象，描述测量一个实际系统的阶跃响应的方法，最好能举例说明（要求对该系统的描述清晰，勿遗漏测量数据类型、测量方法、数据记录要点等）。

提示：实验结束后勿忘记对实验课程做出评价！