

实验一 一阶、二阶系统阶跃响应特性实验

一、实验目的

1. 学习系统阶跃响应特性测试方法；
2. 了解系统参数对阶跃响应特性的影响；
3. 联系实验结果对比一阶系统（惯性环节）、二阶系统阶跃响应特点。

二、仪器组成及操作简介

1. 仪器组成

实验仪器由 DJ-A1 型自控/计控多功能实验箱和计算机组成，计算机通过 USB 接口与实验箱的 A/D、D/A 接口卡连接，实现计算机与实验箱的通讯；多功能实验箱上安装有电子元件，通过导线连接电子元件，构建所需的研究对象。实验系统原理参见图 1。

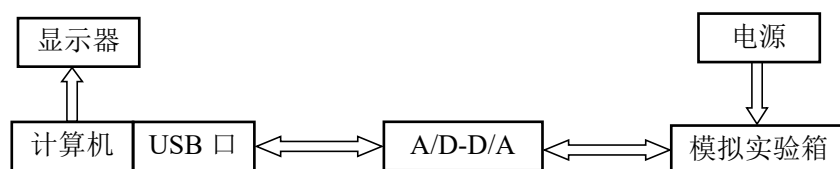


图 1 实验系统原理图

实验系统中计算机负责实验对象所需信号的产生，以及响应信号的接收、处理及存储，相对于传统的模拟实验系统，计算机承担了信号发生器和示波器功能。且由于实验用输入信号利用软件产生，各类特殊信号的产生非常方便，大大扩展了实验系统使用的灵活性；实验响应信号也利用计算机采集、处理，能够充分发挥现代计算机的超强计算能力，完成对数据所需的各种处理和分析，因此较传统模拟实验系统，数字系统具有更强的灵活性和适应性，缺点是受限于通信及信号转换速率影响，实验系统响应速度较低。

2. 实验箱简介

DJ-A1 型自控/计控多功能实验箱面板如图 2 所示。

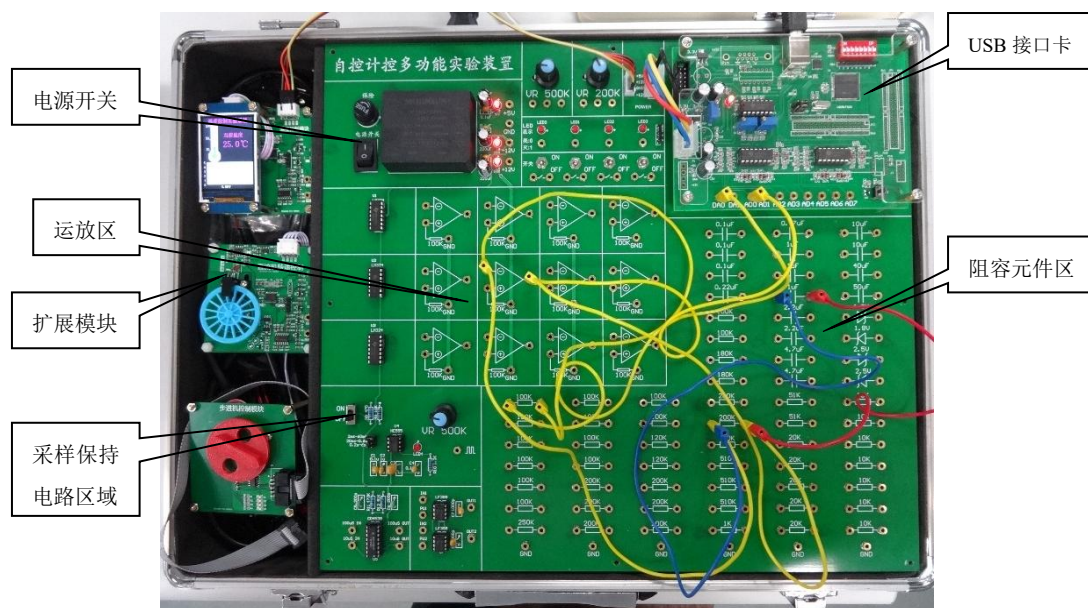


图 2 实验箱面板及功能区

实验箱面板大致可以分为电源开关、USB 接口卡、运放区、阻容元件区、扩展模块和采样保持电路区域。与本课程相关的区域有电源开关、USB 接口卡、运放区和阻容元件区内的电子元件，其功能主要为：

电源开关：本实验箱上元器件需要在一定电流/电压驱动下才能工作，但连接导线在接触或断开瞬间电路中会产生电压脉冲，该脉冲可能击穿运放等电路元件。虽然实验箱内部包含脉冲抑制电路，但不能保证百分之百可靠。因此在接、拆电路（插拔接线）时建议关闭开关，停止实验箱供电。

USB 接口卡：运放、阻容为模拟电路元件，而计算机输入/输出及处理的均为数字信号。USB 接口卡内含 A/D、D/A 模块，负责将计算机输出的数字信号转换为模拟信号（D/A）以驱动模拟电路元件，以及将实验对象产生的模拟响应信号转换为数字信号（A/D）以输入计算机进行处理和存储。本实验箱上有两路数模接口，标注为 DA0 和 DA1；四路模数接口，标注为 AD0、AD1、AD2、AD3（接口卡上的 AD4~AD7 不使用），两路数模各接口性能相同；四路模数亦然。实验中可以按照意愿选用任何通路作为输入/输出接口。注：本实验箱上 A/D 模块能处理的最高/最低电压为+5V/-5V，也就是说高于+5V 或低于-5V 的模拟电压均被处理为+5V/-5V 的数字电压（削顶），输入/输出皆是如此。因此实验中要确保研究对象产生的模拟电压在+5V~-5V 之间。

阻容元件区：提供了若干电阻和电容，其电阻/电容标注在对应符号上。

运放区：实验箱上共有 12 个同型号运算放大器供使用，由于半导体元件本身原因，各个运放间特性存在一定差异。

实验箱上所有白色实线表示实际连接好的线路，所有标注接地的线路都已安全连接共同的地。

3. 实验操作简介

- 1) 实验箱上电源关闭状态下连接电路
- 2) 实验箱供电
- 3) 运行计算机上程序
- 4) 设置软件参数
- 5) 进行实验，测量记录数据/记录原始数据
- 6) 关闭实验箱电源，改变电路参数，继续实验
- 7) 完成实验后，关闭实验箱电源
- 9) 拆除电路，实验箱恢复到原始状态

其中“4) 设置软件参数”工作界面如图 3 所示。“1”、“2”区域为“信号发生器”功能区域，此处用来设置实验中输入信号特性和参数；“3”、“4”为“示波器”功能区，用来选择信号在电脑屏幕上的显示特性；“5”为数据存储设置区，用来设定测量数据的存储方式；“6”为计算机与实验箱间通讯端口设置，通常情况下实验中无需改动该参数。

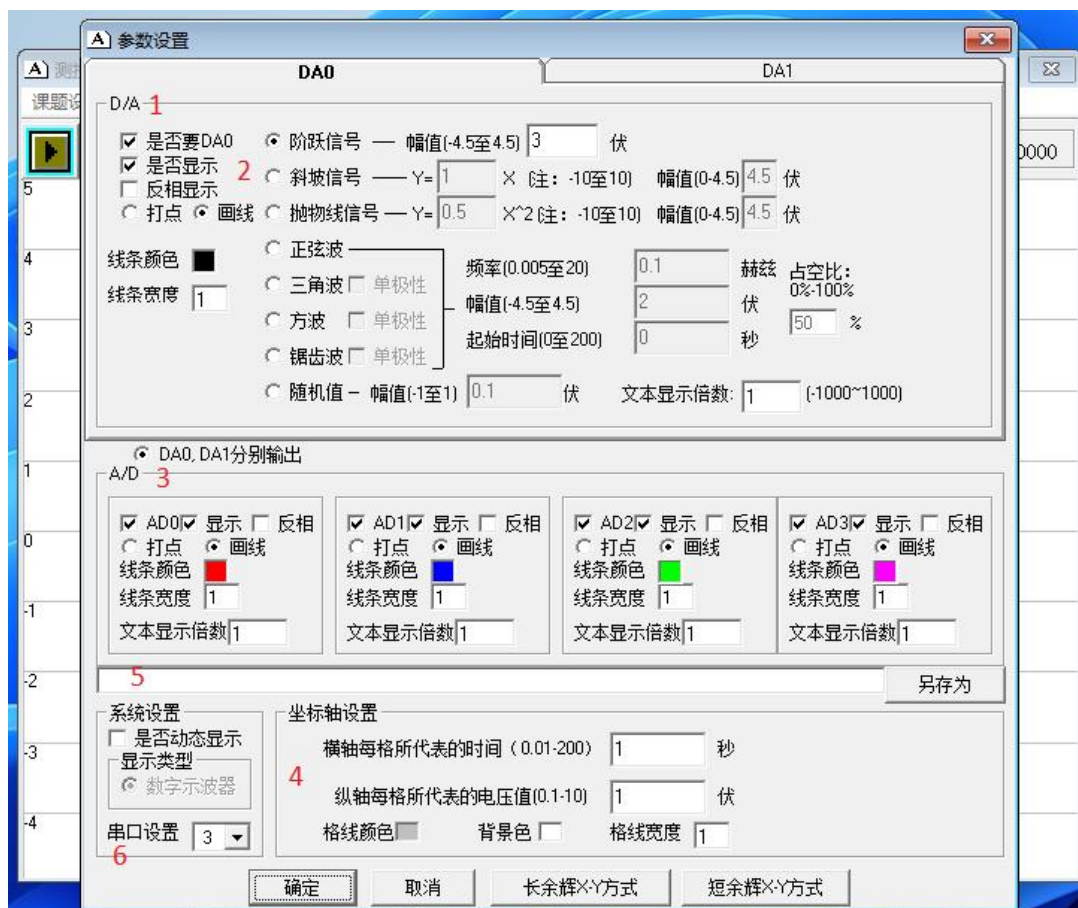


图 3 设置软件参数界面

三、实验系统图和电路图

本次实验对一阶系统（惯性环节）和二阶系统对阶跃的响应特性进行测量，实验电路如图 4、图 5 所示。

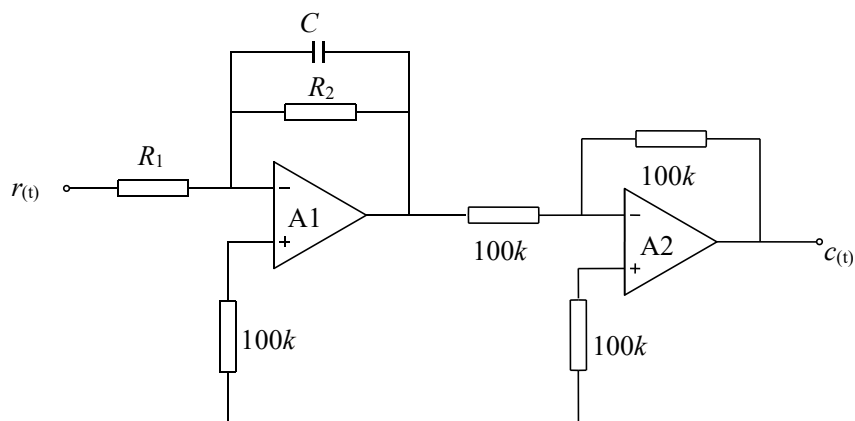


图4 一阶系统实验电路图

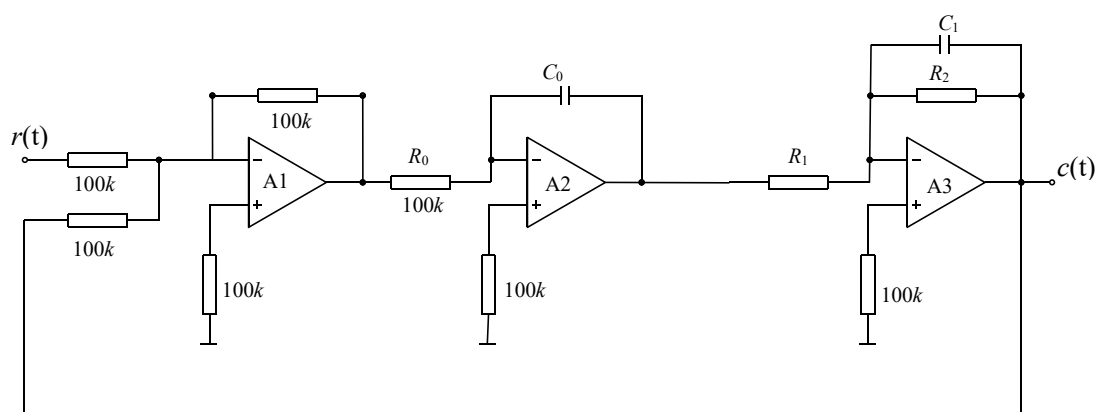


图5 二阶系统实验电路图

四、 实验原理

对于不同系统，影响系统响应的主要参数也不尽相同。本实验中通过测量影响一阶、二阶系统响应特性关键参数，探究不同系统特性并提升感性认识。

表1 系统动态性能参数

动态性能参数	定义及物理含义
上升时间 t_r	无振荡系统：响应从稳态值的10%（5%）上升至90%（95%）所需要的时间。有振荡的系统，由0%第一次上升到稳定值所需时间
峰值时间 t_p	响应超过稳态值，到达第一个峰值所需要的时间
调整时间 t_s	响应到达并停留在稳态值的5%或2%误差带内所需要的最短时间
超调量 M_p	过冲中超调量的瞬时最大偏差值与稳态值之比的百分比

动态性能参数与系统直接相关。对于一阶系统、临界阻尼和超阻尼的二阶系统，由于不存在过冲，因此不存在峰值时间和超调量。

阶跃响应是指系统在阶跃信号的作用下所产生的零状态响应，本实验中要确保阶跃信号输入时系统处在稳定“零状态”。

1. 一阶系统（惯性环节）

惯性环节传递函数： $G(s) = -K / (Ts + 1)$

其中为 K 放大系数， $K = R_2 / R_1$ ， T 为时间常数， $T = R_2 C$ 。

对单位阶跃的响应为： $c(t) = K(1 - e^{-t/T})$

2. 二阶系统

对应图 5 系统的方框图如图 6 所示。

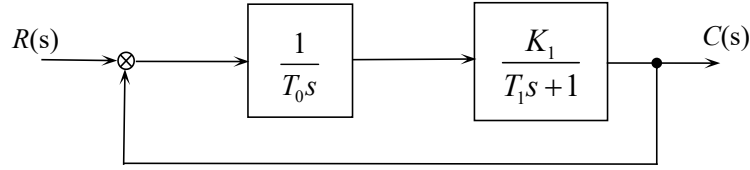


图 6 二阶系统方框图

系统开环（无反馈）传递函数为：

$$G(s) = \frac{K_1}{T_0 s(T_1 s + 1)} = \frac{K}{s(T_1 s + 1)}$$

其中： $K = \frac{K_1}{T_0}$ ， $T_0 = R_0 C_0$ ， $T_1 = R_2 C_1$ ， $K_1 = R_2 / R_1$

闭环（有反馈）传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1) + K} = \frac{K}{T_1 s^2 + s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中： $T = \sqrt{T_1 / K} = \sqrt{T_0 T_1 / K_1}$ ， $\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{T_0 / (K_1 T_1)}$

根据 T 、 ζ 等值则依下述公式可求其它参量。

无阻尼自然角频率 $\omega_n = \frac{1}{T}$ ； 无阻尼自然频率 $f = \frac{1}{2\pi T}$ ；

阻尼自然频率 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ ； 衰减系数 $\sigma = \omega_n \zeta$ ；

超调量 $MP = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$ ； 峰值时间 $t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$ ；

调整时间 $t_s = \frac{3}{\sigma}$ ； 阻尼振荡周期 $t_r = \frac{2\pi}{\omega_d}$ ；

上升时间 $t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$ ， $\beta = \arccos \zeta = \arctan \frac{\omega_d}{\sigma}$

根据实验中参数获取方式，系统特征参数可分为测量参数和计算参数。测量参数是指实验中可以通过直接测量（或加之简单计算）得到的物理量；计算参数则是在测量参数基础上，辅以研究对象相关理论给出的关系式，通过计算得到的物理量，后者也是现代测量技术的本质。以二阶系统为例，振荡周期、上升时间、峰值时间、调整时间、超调量是可以在响应曲线上直接测量的，属于测量参数，而固有频率、衰减系数、阻尼比等则需要通过二阶系统的理论，根据公式计算得出，属于计算参数。

当某个计算参数可以由多个测量参数计算得出时，需要考虑计算公式的选取。原则是对应的测量参数的精度、测量方便程度等综合考虑，如二阶系统中的阻尼系数可以通过超调量或者调整时间计算得到，结合具体实验测量体会，都应该知道选用哪个计算公式更为合理。

五、实验内容

（一）一阶系统：

1. 关闭实验箱上电源（接插元件时一定要关闭实验箱上电源）。在 DJ-A1 型自控实验箱分立元件区，按照图 4 所示一阶系统搭建电路，根据实际情况在电脑上调整好阶跃信号幅值。
2. 检查无误后再闭合电源，按以下步骤进行实验记录。
 - 1) 选取 $C = 1\mu F$ 、 R_1 和 R_2 分别同时选取 100、200、500 $k\Omega$ ，选择阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，测量表 2 所列参数并与理论计算值相比较，给出相对误差。
 - 2) 选取 $C = 2\mu F$ 、 $R_1 = R_2 = 100k\Omega$ ，采用阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，测量表 2 所列参数并与理论计算值相比较，给出相对误差。

表 2 一阶系统（惯性环节）实验参数记录表

序号	电路参数			系统特性参数		
	$C(\mu F)$	$R_1(k\Omega)$	$R_2(k\Omega)$		$t_r(ms)$	$t_s(ms)$
1	1.0	100.0	100.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		
2	1.0	200.0	200.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		
3	1.0	500.0	500.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		
4	2.0	100.0	100.0	理论值		
				测量值		
				相对误差		

(二) 二阶系统:

3. 按以下步骤进行实验记录 (实验前计算各工况阻尼比)。

1. 取电容 $C_0 = C_1 = 1\mu F$ 、电阻 $R_1 = 100k\Omega$ ，按照表 3 所要求的阻尼比范围，在实验箱上已有电阻基础上自行选定 R_2 阻值，搭建图 5 所示电路。选择阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，并与理论计算值相比较并给出相对误差。

表 3 二阶系统实验参数记录表

电路参数			系统特性参数				
$C_0 = 1\mu F$ $C_1 = 1\mu F$ $R_1 = 100k\Omega$	阻尼比	$R_2 (k\Omega)$		$t_r (ms)$	$t_p (ms)$	$t_s (ms)$	$M_p (%)$
	0.02~0.1		理论值				
			测量值				
			相对误差				
	0.2~0.3		理论值				
			测量值				
			相对误差				
	0.4~0.6		理论值				
			测量值				
			相对误差				
	1.0~1.2		理论值				
			测量值				
			相对误差				

2. 取电阻 $R_1 = 100k\Omega$ 、 $R_2 = 200k\Omega$ ，按照表 4 所列电容 C_0 、 C_1 参分别同时取 1.0 和 $2.0\mu F$ 搭建图 5 所示电路。选择阶跃输入，采集并记录响应 $c(t)$ 曲线，并与理论计算值相比较，给出相对误差。

表 4 二阶系统实验参数记录表

电路参数			系统特性参数				
$R_1 = 100k\Omega$ $R_2 = 200k\Omega$	$C_0 (\mu F)$	$C_1 (\mu F)$		$t_r (ms)$	$t_p (ms)$	$t_s (ms)$	$M_p (%)$
	1.0	1.0	理论值				
			测量值				
			相对误差				
	2.0	2.0	理论值				
			测量值				
			相对误差				

六、实验分析及思考

1. 完成表 2 中的理论值计算，根据实验记录的数据文件，完成表中的其它特性参数计算。结合数据处理分析实验结果、实验误差来源。
2. 利用记录的 $C=1\mu F$ 、 $R_1=100k\Omega$ ， $R_2=100k\Omega$ 电压响应结果，绘制一阶系统阶跃响应曲线，将计算得到的相应系统上升时间、峰值时间、调整时间、超调量标注在图中（对于存在的特征量），并在图中表示出对应特征量的物理含义。
3. 完成表 3、表 4 中的理论值计算，根据实验记录的数据文件，完成 t_r 、 t_p 、 t_s 、 M_p （对于上述参数无定义的实验工况，表格相应位置用“/”表示）。并根据这些实测数据，写出阻尼系数 ζ 、无阻尼自然角频率 ω_n 、阻尼自然频率 ω_d 、衰减系数 σ 等参数（如存在对应的参数），并说明选用的计算公式及依据。结合两表的实验数据说明 ω_n 、 ζ 对系统响应的影响。
4. 针对表 3 的实验工况，用表格形式列出二阶系统理论计算传递函数与实验得到的传递函数，统一说明确定实验传递函数的依据。
5. 利用表 3 中对应阻尼比分别为 0.2~0.3 和 1.0~1.2 的实验数据，绘制二阶系统阶跃响应曲线，将计算得到的相应系统参数 t_r 、 t_p 、 t_s 、 M_p （如存在对应的参数）标注在图中，在图中表示出对应特征量的物理含义。
6. 通过实验并结合自己熟悉对象，描述测量一个实际系统的阶跃响应的方法，最好能举例说明（要求对该系统的描述清晰，勿遗漏测量数据类型、测量方法、数据记录要点等）。

提示：

- 1、实验课上完成表 2~表 4 中特性参数的计算！
- 2、关于 AI，鼓励同学们在课程学习、及实验预习时积极使用 AI，但撰写报告时不推荐完全依靠 AI。如果提交的实验报告若有过浓的 AI 味道，酌情扣分！
- 3、实验结束后勿忘记对实验课程做出评价！

实验二 控制系统频率特性实验

一、实验目的

1. 掌握系统或环节频率特性的测试方法，理解频率特性的物理意义；
2. 实测二阶系统的频率特性，并学习利用实测结果求取传递函数的方法。

二、实验内容

在分析和设计控制系统时，首先必须建立对象系统的数学模型，通常有二种方法来建立：

1. 解析方法。结合具体物理对象、输入量与输出量之间的内部关系，通过物理学定理列出微分方程，然后对系统进行分析研究；
2. 实验法。对已有的或选用的元件系统采用实验的方法建立数学模型，这就是广泛采用的工程方法之一——频率法，其优点是可通过图像较准确的反映被测系统或环节的动态特性，并且可用简单的频率响应实验来确定系统或元件的图像，经过对图像分析研究，求出系统或环节的传递函数。

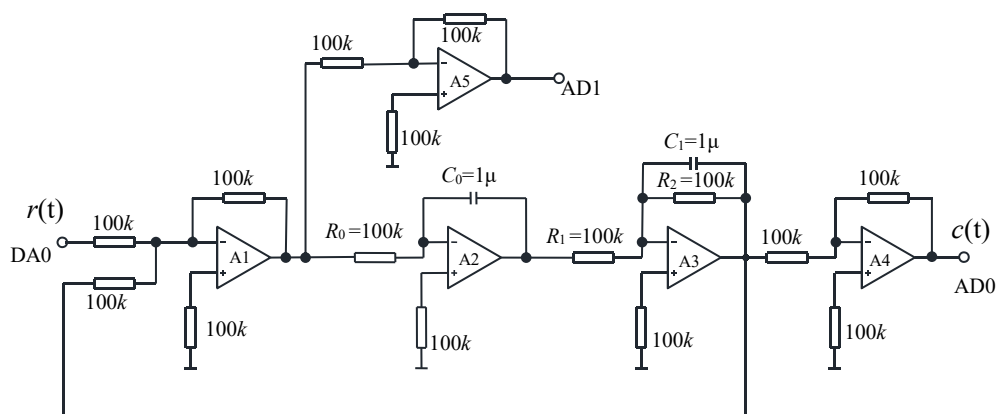


图 1 二阶系统实验电路图（开环特性需间接测量）

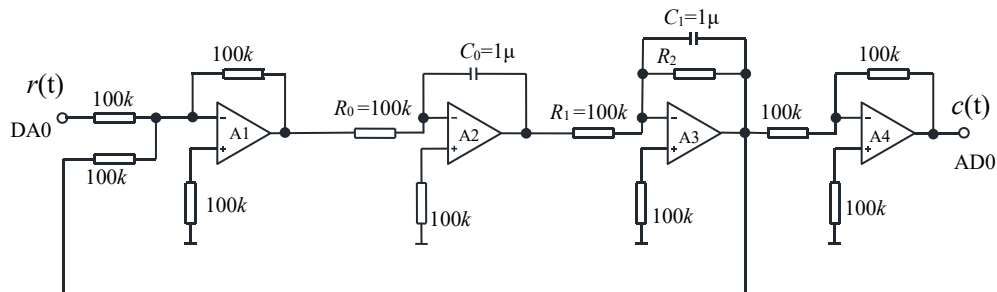


图 2 二阶闭环系统实验电路图

本次实验对图 1、图 2 所示的二阶系统进行频率特性测试。对于开环系统测量其频率特性（幅频特性和相频特性）；闭环系统要求测量其幅频特性，如果同学们感兴趣且时间允许，可以测量其相频特性。注意：本次实验采用的开环和闭环系统电路相似，可以在一次测量中

完成开环和闭环系统测量。

三、实验原理

频率特性是指系统在正弦输入信号下的稳态响应特性，系统输入量的频率由 0 变化到 ∞ 时，稳态输出量与输入量的振幅比和相位差的变化规律。其表达式为： $G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ ，

式中， $A(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{|Uc(j\omega)|}{|Ur(j\omega)|}$ 为正弦输出对正弦输入的幅值比（幅频特性），

$\varphi(\omega) = \angle G(j\omega)$ 为正弦输出对正弦输入的相位差（相频特性）。

在被测系统的输入端输入一幅值为 Ur ，频率为 ω 的正弦电压 $r(t) = Ur \sin \omega t$ ，对于稳定系统，其稳定输出电压亦为一个正弦电压 $c(t) = Uc \sin(\omega t + \phi)$ 。在不同频率（ ω_1 、 $\omega_2 \cdots$ ）下，测得输入电压幅值 Ur_1 、 $Ur_2 \cdots$ 和输出电压幅值 Uc_1 、 $Uc_2 \cdots$ 。经过计算可得被测系统的对数幅频特性 $L(\omega)$ 。

在不同频率（ ω_1 、 $\omega_2 \cdots$ ）下，测得输入电压 $r(t)$ 和输出电压 $c(t)$ 的相位差 $\varphi(\omega_1)$ 、 $\varphi(\omega_2) \cdots$ 即可得被测系统的对数相频特性 $\varphi(\omega)$ 。

对数频率特性曲线（Bode 图）：以两条曲线来表示系统的频率特性。横坐标常用对数 $\lg(\omega)$ 分度，单位为(rad/s)；对数幅频特性纵坐标为 $L(\omega)$ ， $L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)|$ ，单位为 dB；对数相频特性纵坐标为 $\varphi(\omega)$ ，单位为“°”（度）。

被测系统输入不同频率正弦电压，输出信号由双路 A/D 转换后由计算机处理和显示。幅频特性可以通过直接测量输出——输出正弦曲线的幅值得到；而相频特性可以从输出——输入正弦曲线对应位置（如图 3 所示）的偏移时间计算得到。

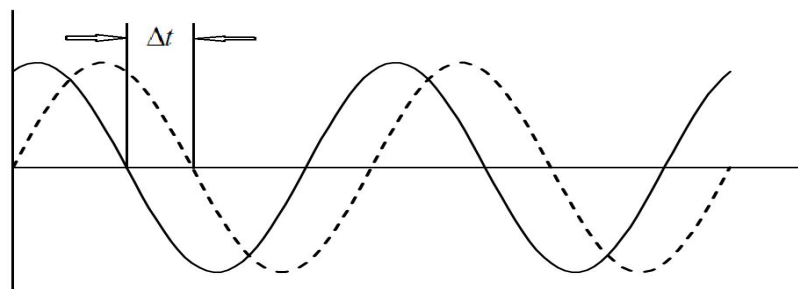


图 3 时域中相位差的测量

相位差计算公式为：

$$\phi(\omega) = \frac{\Delta t}{T} \times 360^\circ = \Delta t \times f \times 360^\circ$$

若输出超前于输入，则 $\phi > 0$ 。

对于本次实验用二阶系统，对应的方框图如图 4 所示。

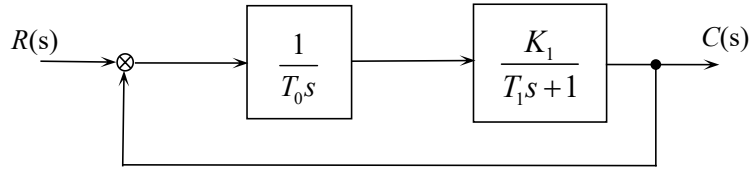


图 4 二阶系统方框图

系统开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K_1}{T_0 s(T_1 s + 1)} = \frac{K}{s(T_1 s + 1)}$$

$$\text{其中： } K = \frac{K_1}{T_0}, \quad T_0 = R_0 C_0, \quad T_1 = R_2 C_1, \quad K_1 = R_2 / R_1$$

闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1) + K} = \frac{K}{T_1 s^2 + s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\text{其中： } T = \sqrt{T_1 / K} = \sqrt{T_0 T_1 / K_1}, \quad \zeta = \frac{1}{2} \sqrt{T_0 / (K_1 T_1)}$$

四、预习内容

1. 根据图 1 中的电路图，给出开环理论传递函数，计算其理论转折频率，并绘制其理论幅频特性曲线及其渐近线，绘制相频特性曲线。分析对应的闭环系统稳定性；

2. 根据图 2 中的电路图，推导其闭环理论传递函数，计算其谐振峰值和谐振频率，并绘制其理论幅频特性曲线及其渐近线，绘制相频特性曲线；

五、实验步骤

1. 搭建图 1 所示的二阶系统。采用间接测量法测量系统开环特性，即在图示 AD1 处采集开环系统输入，AD0 处采集开环系统输出。

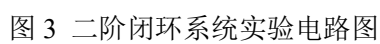
根据图 1 所示二阶系统的实际响应适当调节系统的输入正弦电压幅值（初步建议 4V）。实验过程中，若出现运放输出信号幅值过小或超出硬件幅值极限（±5V），可适当调节输入信号幅值的大小。由于数字系统 I/O 速度限制，实验系统各环节时间常数相对较大。为了确保观察到系统稳定输出信号，需开启软件中“动态显示”功能。

表 1 开环系统幅频、相频特性实验数据记录表

频 率 $f(\text{Hz})$	频 率 $\omega=2\pi f$ (rad/s)	输 入 U_r	输出 U_c	相对幅值 U_c/U_r	偏移时间 Δt (s)	相位差 ($^{\circ}$)
0.10	0.63					
0.33	2.07					
0.65	4.08					
0.80	5.03					
1.10	6.91					
1.21	7.60					
1.29	8.11					
1.37	8.61					
1.46	9.17					
1.53	9.61					
1.66	10.43					
1.79	11.25					
1.96	12.32					
1.98	12.44					
2.33	14.64					
2.78	17.47					
3.12	19.60					
3.64	22.87					
4.06	25.51					
4.81	30.22					

2. 搭建图 3 所示的二阶闭环系统，采用与步骤 1 相同的方法，完成实验数据测量并填写在表 2 中。

注意：对于闭环系统，输入信号为计算机输出到实验箱上的信号。



频 率 $f(\text{Hz})$	频 率 $\omega=2\pi f$ (rad/s)	输 入 U_r	输出 U_c	相对幅值 U_c/U_r	偏移时间 Δt (s)	相位差 ($^{\circ}$)
0.10	0.63					
4.81	30.22					

表 2 中仅给出了频率范围，结合预习内容和表 1 中频率记录点分布特征，自行决定所需记录的频率点。记录对应频率下的输入、输出电压幅值变化与相位变化数据。

六、回答下列问题

1. 简述什么是控制系统的频率特性？结合自己熟悉的学科或者在学习的其他科目，构思一个需要通过实验测量其幅频特性和相频特性的研究对象，描述如何通过实验测量得到其幅频特性和相频特性（包括被测对象及原始信号如何获取的简单描述）？
2. 频率特性的几何表示有几种方法？每种表示方法的具体含义？
3. 依照表 1 中记录的数据，画出开环系统用 Bode 图表示的实验频率特性（注意将理论幅频特性渐近线和实验曲线画在同一张图上），比较理论与实验结果的差异。根据实验 Bode 图曲线，求系统实验传递函数。
4. 根据上题得出的实验开环系统频率特性结果，分析闭环系统的稳定性、稳定裕度和品质指标，并说明理由。
5. 根据表 2 记录的数据，绘制二阶闭环系统用 Bode 图表示的实验幅频特性曲线，并标注实验得到的谐振峰值 M_r 和谐振频率 ω_r ，并在图上标明它们对应的物理含义。结合预习内容对比理论值与实验值间的差异，分析差异产生的原因。
6. 选做题，根据表 2 记录的数据，画出二阶闭环系统的相频特性曲线，并与理论曲线相比较，说明二者之间的特点。
7. 实验建议或意见。

提示：

- 1、关于 AI，鼓励同学们在课程学习、及实验预习时积极使用 AI，但撰写报告时不推荐完全依靠 AI。如果提交的实验报告若有过浓的 AI 味道，酌情扣分！
- 2、实验结束后勿忘记对实验课程做出评价！

