

实验二 控制系统频率特性实验

一、实验目的

1. 掌握系统或环节频率特性的测试方法，理解频率特性的物理意义；
2. 实测二阶系统的频率特性，并学习利用实测结果求取传递函数的方法。

二、实验内容

在分析和设计控制系统时，首先必须建立对象系统的数学模型，通常有二种方法来建立：

1. 解析方法。结合具体物理对象、输入量与输出量之间的内部关系，通过物理学定理列出微分方程，然后对系统进行分析研究；

2. 实验法。对已有的或选用的元件系统采用实验的方法建立数学模型，这就是广泛采用的工程方法之一——频率法，其优点是可通过图像较准确的反映被测系统或环节的动态特性，并且可用简单的频率响应实验来确定系统或元件的图像，经过对图象分析研究，求出系统或环节的传递函数。

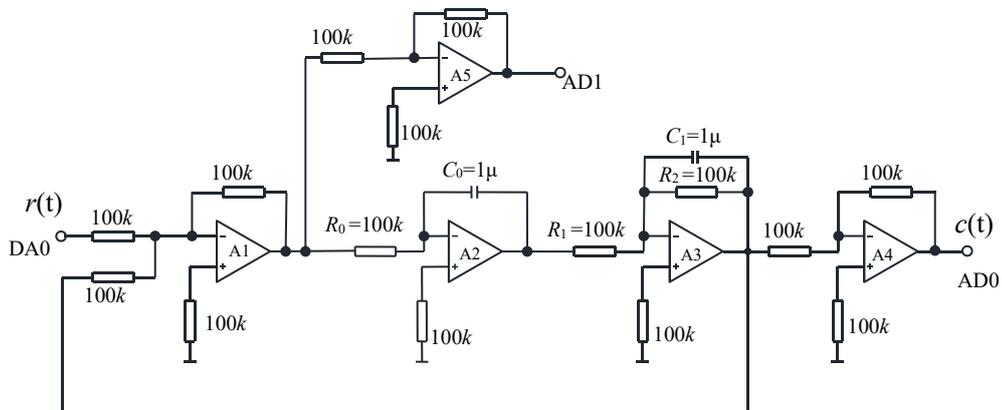


图 1 二阶系统实验电路图（开环特性需间接测量）

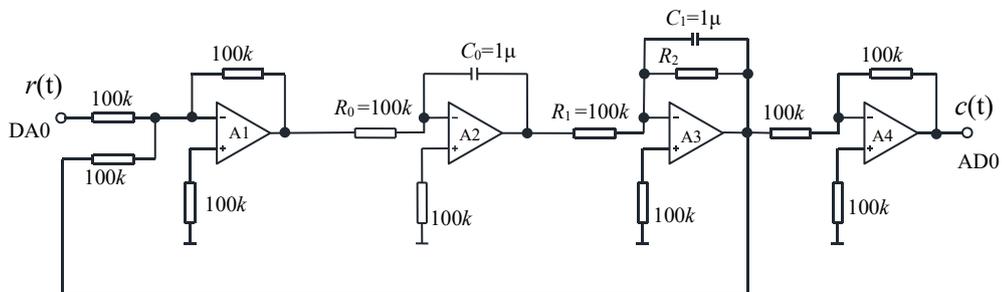


图 2 二阶闭环系统实验电路图

本次实验对图 1、图 2 所示的二阶系统进行频率特性测试。对于开环系统测量其频率特性（幅频特性和相频特性）；闭环系统要求测量其幅频特性，如果同学们感兴趣且时间

允许，可以测量其相频特性。注意：本次实验采用的开环和闭环系统电路相似，可以在一次测量中完成开环和闭环系统测量。

三、实验原理

频率特性是指系统在正弦输入信号下的稳态响应特性，系统输入量的频率由 0 变化到 ∞ 时，稳态输出量与输入量的振幅比和相位差的变化规律。其表达式为：

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \text{ 式中, } A(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{|Uc(j\omega)|}{|Ur(j\omega)|} \text{ 为正弦输出对正弦输入的幅值}$$

比（幅频特性）， $\varphi(\omega) = \angle G(j\omega)$ 为正弦输出对正弦输入的相位差（相频特性）。

在被测系统的输入端输入一幅值为 Ur ，频率为 ω 的正弦电压 $r(t) = Ur \sin \omega t$ ，对于稳定系统，其稳定输出电压亦为一个正弦电压 $c(t) = Uc \sin(\omega t + \phi)$ 。在不同频率（ ω_1 、 $\omega_2 \dots$ ）下，测得输入电压幅值 Ur_1 、 $Ur_2 \dots$ 和输出电压幅值 Uc_1 、 $Uc_2 \dots$ 。经过计算可得被测系统的对数幅频特性 $L(\omega)$ 。

在不同频率（ ω_1 、 $\omega_2 \dots$ ）下，测得输入电压 $r(t)$ 和输出电压 $c(t)$ 的相位差 $\varphi(\omega_1)$ 、 $\varphi(\omega_2) \dots$ 即可得被测系统的对数相频特性 $\varphi(\omega)$ 。

对数频率特性曲线（Bode 图）：以两条曲线来表示系统的频率特性。横坐标常用对数 $\lg(\omega)$ 分度，单位为 (rad/s)；对数幅频特性纵坐标为 $L(\omega)$ ， $L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)|$ ，单位为 dB；对数相频特性纵坐标为 $\varphi(\omega)$ ，单位为 “°”（度）。

被测系统输入不同频率正弦电压，输出信号由双路 A/D 转换后由计算机处理和显示。幅频特性可以通过直接测量输出——输出正弦曲线的幅值得到；而相频特性可以从输出——输入正弦曲线对应位置（如图 3 所示）的偏移时间计算得到。

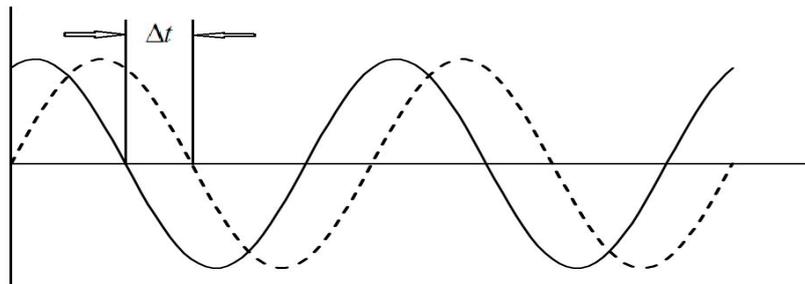


图 3 时域中相位差的测量

相位差计算公式为：

$$\phi(\omega) = \frac{\Delta t}{T} \times 360^\circ = \Delta t \times f \times 360^\circ$$

若输出超前于输入，则 $\phi > 0$ 。

对于本次实验用二阶系统，对应的方框图如图 4 所示。

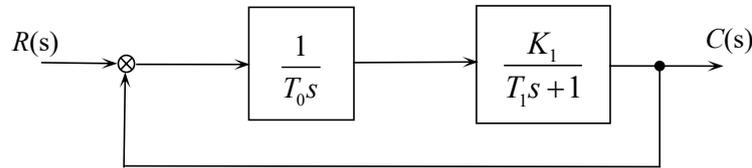


图 4 二阶系统方框图

系统开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K_1}{T_0 s (T_1 s + 1)} = \frac{K}{s (T_1 s + 1)}$$

其中： $K = \frac{K_1}{T_0}$ ， $T_0 = R_0 C_0$ ， $T_1 = R_2 C_1$ ， $K_1 = R_2 / R_1$

闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1) + K} = \frac{K}{T_1 s^2 + s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中： $T = \sqrt{T_1 / K} = \sqrt{T_0 T_1 / K_1}$ ， $\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{T_0 / (K_1 T_1)}$

四、预习内容

1. 根据图 1 中的电路图，给出开环理论传递函数，计算其理论转折频率，并绘制其理论幅频特性曲线及其渐近线，绘制相频特性曲线。分析对应的闭环系统稳定性；

2. 根据图 2 中的电路图，推导其闭环理论传递函数，计算其谐振峰值和共振频率，并绘制其理论幅频特性曲线及其渐近线，绘制相频特性曲线；

五、实验步骤

1. 搭建图 1 所示的二阶系统。采用间接测量法测量系统开环特性，即在图示 AD1 处采集开环系统输入，AD0 处采集开环系统输出。

根据图 1 所示二阶系统的实际响应适当调节系统的输入正弦电压幅值（初步建议 4V）。实验过程中，若出现运放输出信号幅值过小或超出硬件幅值极限（±5V），可适当调节输入信号幅值的大小。由于数字系统 I/O 速度限制，实验系统各环节时间常数相对较大。为了确保观察到系统稳定输出信号，需开启软件中“动态显示”功能。

表 1 开环系统幅频、相频特性实验数据记录表

频率 $f(\text{Hz})$	频率 $\omega=2\pi f$ (rad/s)	输入 U_r	输出 U_c	相对幅值 U_c/U_r	偏移时间 $\Delta t(\text{s})$	相位差 ($^\circ$)
0.10	0.63					
0.33	2.07					
0.65	4.08					
0.80	5.03					
1.10	6.91					
1.21	7.60					
1.29	8.11					
1.37	8.61					
1.46	9.17					
1.53	9.61					
1.66	10.43					
1.79	11.25					
1.96	12.32					
1.98	12.44					
2.33	14.64					
2.78	17.47					
3.12	19.60					
3.64	22.87					
4.06	25.51					
4.81	30.22					

2. 搭建图 3 所示的二阶闭环系统，采用与步骤 1 相同的方法，完成实验数据测量并填写在表 2 中。

注意：对于闭环系统，输入信号为计算机输出到实验箱上的信号。

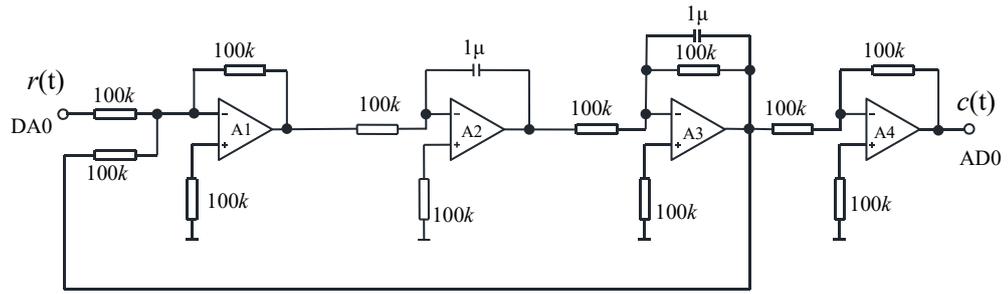


图 3 二阶闭环系统实验电路图

表 2 闭环系统幅频特性实验数据记录表

频率 $f(\text{Hz})$	频率 $\omega = 2\pi f$ (rad/s)	输入 U_r	输出 U_c	相对幅值 U_c/U_r	偏移时间 Δt (s)	相位差 ($^\circ$)
0.10	0.63					
4.81	30.22					

表 2 中仅给出了频率范围，结合预习内容和表 1 中频率记录点分布特征，自行决定所需记录的频率点。记录对应频率下的输入、输出电压幅值变化与相位变化数据。

六、回答下列问题

1. 简述什么是控制系统的频率特性？结合自己熟悉的学科或者在学习的其他科目，构思一个需要通过实验测量其幅频特性和相频特性的研究对象，描述如何通过实验测量得到其幅频特性和相频特性（包括被测对象及原始信号如何获取的简单描述）？
2. 频率特性的几何表示有几种方法？每种表示方法的具体含义？
3. 依照表 1 中记录的数据，画出开环系统用 Bode 图表示的实验频率特性（注意将理论幅频特性渐近线和实验曲线画在同一张图上），比较理论与实验结果的差异。根据实验 Bode 图曲线，求系统实验传递函数。
4. 根据上题得出的实验开环系统频率特性结果，分析闭环系统的稳定性、稳定裕度和品质指标，并说明理由。
5. 根据表 2 记录的数据，绘制二阶闭环系统用 Bode 图表示的实验幅频特性曲线，并标注实验得到的谐振峰值 M_r 和谐振频率 ω_r ，并在图上标明它们对应的物理含义。结合预习内容对比理论值与实验值间的差异，分析差异产生的原因。
6. 选做题，根据表 2 记录的数据，画出二阶闭环系统的相频特性曲线，并与理论曲线相比较，说明二者之间的特点。
7. 实验建议或意见。

提示：

- 1、关于 AI，鼓励同学们在课程学习、及实验预习时积极使用 AI，但撰写报告时不推荐完全依靠 AI。如果提交的实验报告若有过浓的 AI 味道，酌情扣分！
- 2、实验结束后勿忘记对实验课程做出评价！